



XXII OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA
Prova – 1ª fase – Nível 2
18 de junho de 2019

Problema 1. Neste ano de 2019, Dona Jurema, sua neta e a filha desta neta têm idades que somam 111 anos, e todas já fizeram aniversário. A idade de cada uma delas é uma potência de 3. Em que ano nasceu a filha da neta?

- (a) 2010 (b) 2013 (c) 2015 (d) 2016 (e) 2018

Problema 2. Qual é o valor de $(2019 \times 20182018) - (2018 \times 20192019)$?

- (a) 2018 (b) 2019 (c) 1 (d) 2020 (e) 0

Problema 3. Lucas foi a uma sorveteria onde gastou três quartos do dinheiro que tinha. Na volta para casa gastou metade do que ainda lhe restava pagando a passagem de ônibus, e ainda lhe restaram 5 reais. Quantos reais Lucas tinha ao chegar na sorveteria?

- (a) 36 reais (b) 38 reais (c) 40 reais (d) 42 reais (e) 44 reais

Problema 4. Um tanque em forma de cilindro com bases paralelas ao chão e 3 metros de altura está cheio com 9000 litros de água. São instaladas 3 torneiras: uma na base inferior; e as outras duas, a 1 metro e a 2 metros de altura em relação à base inferior. Cada torneira tem vazão de 1000 litros por hora. Abrindo-se as torneiras ao mesmo tempo, em quanto tempo o tanque estará vazio?

- (a) 4 horas (b) 4 horas e meia (c) 5 horas (d) 5 horas e meia (e) 6 horas

Problema 5. Quatro amigos compraram um bote. O primeiro pagou metade do total pago pelos outros; o segundo pagou um terço do total pago pelos outros; o terceiro pagou um quarto do total pago pelos outros e o quarto pagou R\$ 130,00. Qual foi o valor pago pelo primeiro amigo?

- (a) R\$ 100,00 (b) R\$ 150,00 (c) R\$ 200,00 (d) R\$ 300,00 (e) R\$ 600,00

Problema 6. (Enunciado corrigido) Em cada uma de duas garrafas, há uma mistura de 500 ml de leite e café. Na primeira garrafa, a mistura é composta por 25% de leite e na segunda a mistura tem 75% de leite. No entanto, para Felipe, o café com leite ideal vem de uma mistura que contém 40% de leite. Felipe então resolveu misturar parte do conteúdo de cada uma das duas garrafas de modo a obter 500 ml com 40% de leite. Quantos mililitros da segunda garrafa Felipe deve usar na nova mistura?

- (a) 100 (b) 150 (c) 200 (d) 250 (e) 300

Problema 7. Quantos números naturais pares de três algarismos satisfazem a propriedade que a soma dos algarismos é ímpar e que, ao trocarmos o algarismo das centenas com o das unidades, obtemos um número ímpar de três algarismos?

- (a) 25 (b) 75 (c) 100 (d) 125 (e) 150

Problema 8. Sejam a, b, c e d quatro números primos tais que

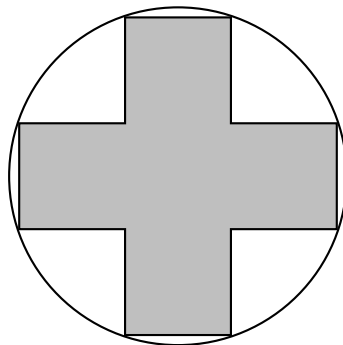
- $0 < a < b < c < d$;
- $(a \cdot b) + (a \cdot c) + (a \cdot d) + (b \cdot c) + (b \cdot d) + (c \cdot d)$ é ímpar;

- $d < 2b$;
- $a \cdot b \cdot c \cdot d < 2019$.

Quanto vale a soma $a + b + c + d$?

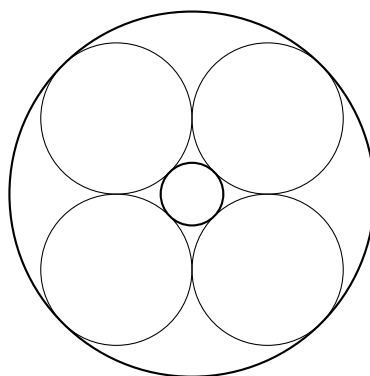
- (a) 33 (b) 23 (c) 26 (d) 25 (e) 60

Problema 9. Na figura abaixo, o polígono sombreado tem todos os lados de comprimento 1 cm. Qual é a estimativa correta para área do círculo?



- (a) Está entre 5 cm^2 e 6 cm^2 .
 (b) Está entre 6 cm^2 e $6,5 \text{ cm}^2$.
 (c) Está entre $6,6 \text{ cm}^2$ e 7 cm^2 .
 (d) É igual a 7 cm^2 .
 (e) É maior do que 7 cm^2 .

Problema 10. Considere quatro circunferências de raio unitário tangentes entre si e duas outras circunferências tangentes às quatro dadas, uma exteriormente e outra interiormente, como nos mostra a figura. Qual é a razão entre a área do círculo maior e a área do círculo menor?



- (a) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ (b) $\frac{\pi(1 + \sqrt{2})}{1 - \sqrt{2}}$ (c) 4 (d) $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}$ (e) $\frac{\pi(3 + 2\sqrt{2})}{3 - 2\sqrt{2}}$