

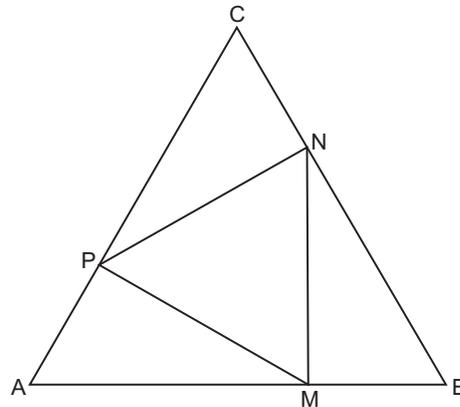
Prova – 2^a fase de 2009
Nível 2

1. Amanda, Bianca, Cláudia, Carmem, Danilo, Eliezer, Lício, Michely, Nereu e Virgínia são dez amigos que possuem pelo menos um gato em suas casas. Bianca, Michely e Eliezer têm o mesmo número de gatos e Carmen e Lício também possuem o mesmo número de gatos. Além disso, Virgínia não tem o mesmo número de gatos que Bianca. Sabe-se as somas dos gatos de algumas dessas pessoas, segundo as linhas e colunas da tabela a seguir:

	Danilo	Bianca	Cláudia	10
Nereu	Michely	Virgínia	Carmen	30
Eliezer	Amanda	Lício		21
13	13	24	11	

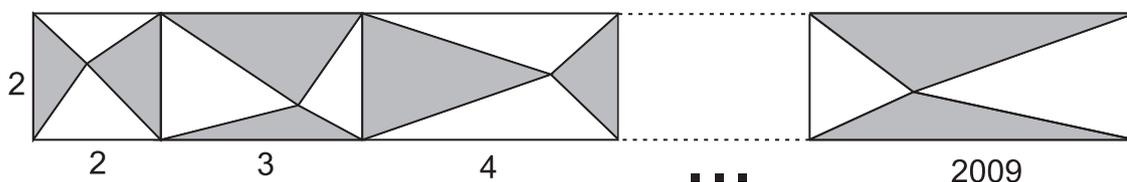
Por exemplo, na quarta coluna, a soma dos números de gatos de Cláudia e Carmem é 11, e na terceira linha, a soma dos números de gatos de Eliezer, Amanda e Lício é 21. Quantos gatos têm cada um deles?

2. Escreva 2009 como soma dos quadrados de dois números inteiros positivos.
3. Na figura, $\triangle ABC$ é um triângulo equilátero de lado igual a l , e $\triangle MNP$ é um triângulo inscrito em $\triangle ABC$ tal que MN é perpendicular a AB , NP é perpendicular a BC e PM é perpendicular a AC .

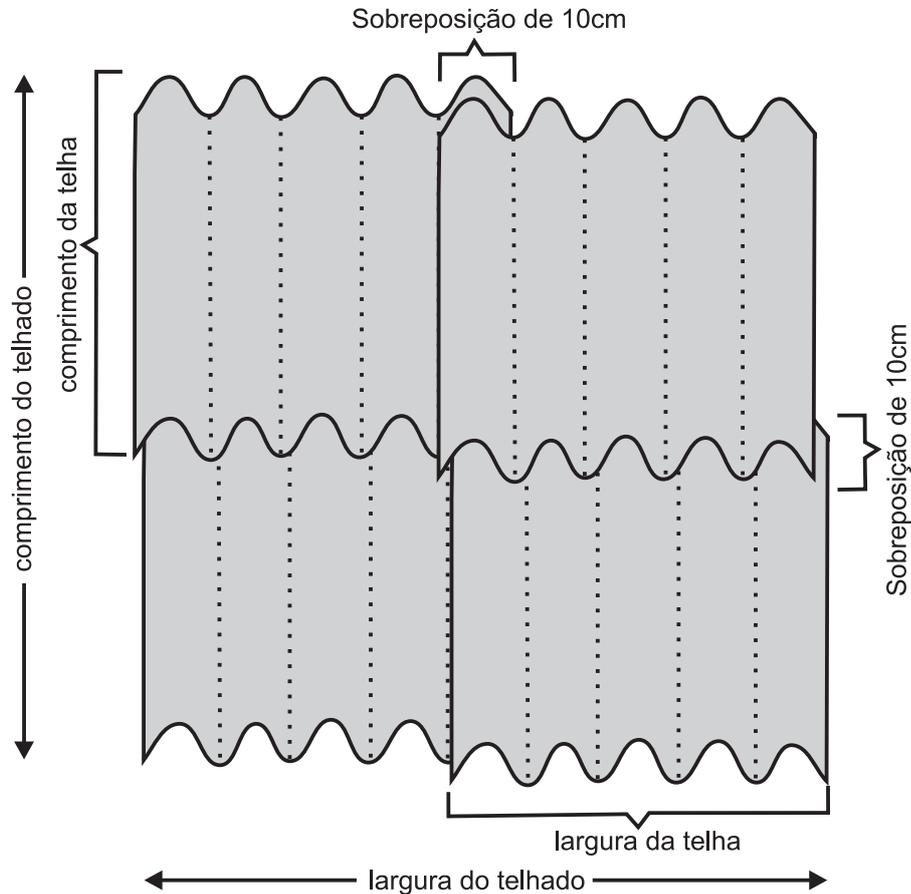


Explique porque $\triangle MNP$ também é equilátero e calcule a razão entre as áreas dos triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle MNP$.

4. Na figura abaixo estão 2008 retângulos colados, todos de mesma altura 2cm, e de bases 2cm, 3cm, 4cm, ..., 2009cm (são mostrados apenas os três primeiros e o último retângulo). Em cada um desses retângulos há um ponto em seu interior que forma, com os vértices do retângulo, dois triângulos que estão sombreados. Calcule a soma das áreas de todos esses triângulos sombreados.



5. O Sr. Tejado pretende construir um telhado retangular de 3m de comprimento por 10m de largura. Uma loja vende três tipos de telhas, T_1 , T_2 e T_3 , todas com 1 metro de largura e comprimentos de 1 metro, 60 centímetros e 40 centímetros, respectivamente. Os três tipos de telhas podem ser usados para cobrir o telhado (não é necessário usar apenas um tipo de telha), no entanto, quaisquer duas telhas vizinhas devem ser sobrepostas por 10cm (conforme exemplo com um telhado de 4 telhas). Além disso, qualquer fileira de telhas ao longo da largura deve ser formada por telhas de mesmo tipo, sendo permitida a variação de tipo ao longo do comprimento.



- Dê um exemplo de como cobrir o telhado (quantas telhas de cada tipo) sem que sobrem ou faltem telhas.
- Com quantas combinações de telhas é possível cobrir o telhado (sem sobrar nem faltar telhas)?
- Para fixar as telhas são usadas ripas de madeira, ao longo da largura do telhado, da seguinte forma: 5 ripas para cada telha T_1 , 3 ripas para cada telha T_2 e 2 ripas para cada telha T_3 . Qual combinação de telhas deve ser usada para que seja gasto a menor quantidade possível de metros de ripas para fixar o mesmo telhado? Sabe-se que uma ripa pode suportar mais de uma telha, e que o espaçamento entre as ripas deve ser pelo menos 15cm. Quantos metros de ripas são necessários neste caso?