UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
VIII OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA
PET – MATEMÁTICA

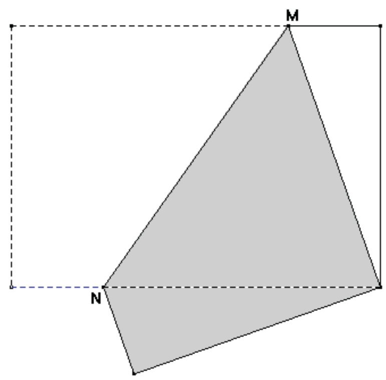
Prova 2ª fase de 2005
Nível 3

1. Qual o número máximo de termos de uma seqüência que satisfaz as seguintes condições:

(i) A soma de quaisquer três termos consecutivos da seqüência é par.

(ii) A soma de quaisquer cinco termos consecutivos da seqüência é ímpar.

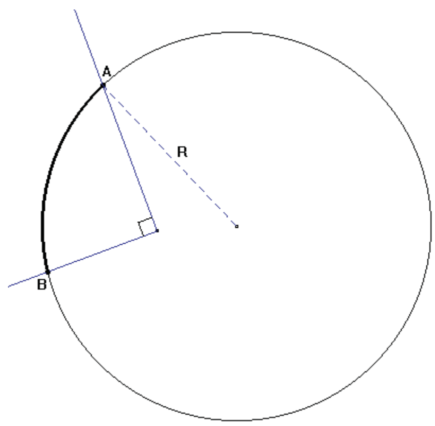
2. Uma folha retangular, de comprimento a e largura b, é dobrada de modo que dois vértices opostos coincidam.



Calcule o comprimento da dobra MN em função de a e de b.

3. Numa sala há três vasos de mesmo volume A, B e C. Inicialmente o vaso A está cheio de água e os vasos B e C estão vazios. Uma pessoa entra na sala e transfere 50% da água do vaso A para o vaso B. Em seguida ela transfere 50% da água que resta no vaso A para o C. Uma segunda pessoa entra na sala e tranfere 50% da água que encontra no vaso A para o vaso B e em seguida transfere 50% da água que ainda resta no vaso A para o C. Se este procedimento pudesse ser repetido indefinidamente até o completo esvaziamento do vaso A, que parte do volume total de água ficaria no vaso B e que parte ficaria no vaso C?

4. É dado um círculo de raio R e um arco AB de 60º em sua circunferência. Deseja-se retirar um pedaço do círculo recortando-o por duas perpendiculares, uma passando por A e a outra por B. Como deve ser feito esse recorte de modo que a área retirada seja máxima? Qual é esta área em função do raio R? (A figura representa um recorte nas condições descritas mas não necessariamente o de área máxima).



5. Considere uma função f dada por $f(x) = x + \frac{1}{x}$, para todo $x > 0$. Qual é o valor mínimo que f pode atingir e por quê?